Chapitre 8

Orthogonalité dans l'espace

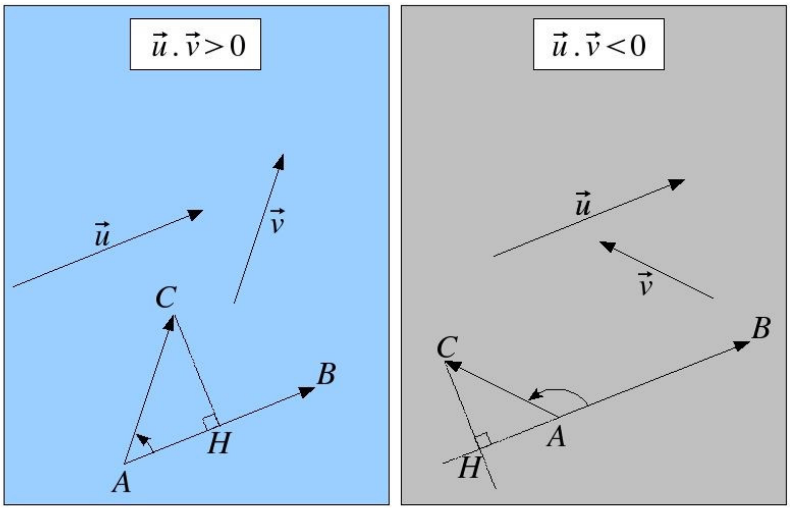
8.1 Produit scalaire dans le plan (rappels)

8.1.1 Définitions. Propriétés

Définition 23 (s)**.** $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs non nuls du plan. Le produit scalaire de $\vec{u}$ par $\vec{v}$, noté $\vec{u}.\vec{v}$ est défini par l'une quelconque des quatre égalités suivantes :

1. $\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \dfrac{1}{2}\left(||\vec{u}+\vec{v}||^2 - ||\vec{u}||^2 - ||\vec{v}||^2\right)}$
2. $\boxed{\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'}$ lorsque $(x;y)$ et $(x';y')$ sont les coordonnées respectives de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans un repère orthonormal du plan.
3. $\boxed{\vec{u}.\vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos(\vec{u},\vec{v})}$
4. $\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}}$, A étant un point quelconque du plan, B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, C tel que $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ et H le projeté orthogonal de C sur (AB) (figure 8.1).

Si l'un des deux vecteurs est nul, le produit scalaire $\vec{u}.\vec{v} = 0$.

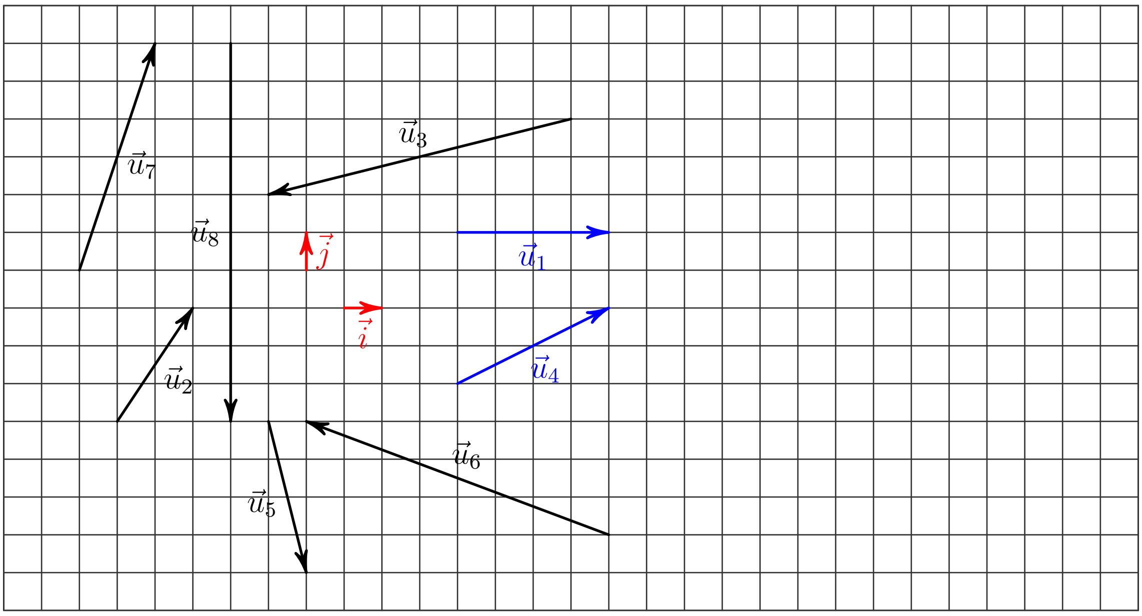


$$\vec{u}.\vec{v} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}$$
$$\vec{u}.\vec{v} = AB \times AC \times \cos\widehat{BAC} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos(\vec{u},\vec{v})$$

FIGURE 8.1 – Définition du produit scalaire dans le plan

On montre en Première que ces quatre égalités définissent le même nombre.

Exemples



$||\vec{i}|| = ||\vec{j}|| = 1$

- $\vec{u}_1.\vec{u}_4 =$
- $\vec{u}_8.\vec{j} =$
- $\vec{u}_1.\vec{u}_2 =$
- $\vec{u}_7.\vec{u}_2 =$
- $\vec{u}_2.\vec{i} =$
- $\vec{u}_3.\vec{u}_1 =$
- $\vec{j}.\vec{u}_4 =$
- $\vec{u}_3.\vec{u}_5 =$
- $\vec{i}.\vec{j} =$
- $\vec{u}_6.\vec{j} =$
- $\vec{u}_1.\vec{i} =$
- $\vec{u}_7.\vec{u}_7 =$

Propriété 14. Pour tous les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et pour tout réel a :

$$||\vec{u}|| = \sqrt{\vec{u}^2} \qquad \vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$$

$$(a\vec{u}).\vec{v} = \vec{u}.(a\vec{v}) = a(\vec{u}.\vec{v}) \qquad \vec{u}.(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}.\vec{v} + \vec{u}.\vec{w}$$

Proposition 22. $\boxed{\text{Deux vecteurs sont orthogonaux si et seulement si } \vec{u}.\vec{v} = 0.}$

8.1.2 Calculs dans un repère orthonormal

Proposition 23. $\vec{u}(x;y)$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ du plan.

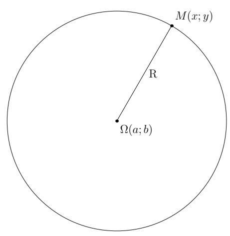
$$\boxed{||\vec{u}|| = \sqrt{x^2+y^2}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\vec{u} = (\vec{u}.\vec{i})\vec{i} + (\vec{u}.\vec{j})\vec{j}}$$

Remarque : « Le produit scalaire de deux vecteurs donne la coordonnée de l'un par rapport à l'autre. »

Equation de cercle

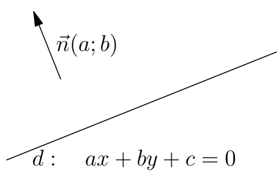
Le cercle de centre $\Omega(a;b)$ et de rayon R est l'ensemble des points $M(x;y)$ tels que

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$



Vecteur normal à une droite

Si une droite d a pour équation $ax+by+c=0$, alors $\vec{n}(a;b)$ est un vecteur normal à d. Réciproquement, si $\vec{n}(a;b)$ est normal à une droite d, alors d a une équation de la forme $ax+by+c=0$,



Exercice 8.1. ABC est un triangle, $AB=5$, $AC=2$ et $\widehat{CAB}=30°$. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

Exercice 8.2. ABC est isocèle, $AB=AC=4$, $BC=5$. Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ et la distance de C à (AB).

Exercice 8.3. Dans un repère orthonormé du plan, on donne : $A(-3;2)$, $B(4;-1)$ et C(2,1). Calculer une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$

Exercice 8.4. 14, 15, 16, 17 pages 449-450

Exercice 8.5. On considère les points $A(6;3)$, $B(1;2)$ et $C(4;2)$. Déterminer une équation des trois hauteurs du triangle ABC. Vérifier que ces trois hauteurs sont concourantes et calculer les coordonnées de l'orthocentre du triangle ABC.

Exercice 8.6. $AB=7$, $AC=4$, $BC=5$. Calculer $\widehat{BAC}$.

8.2 Orthogonalité dans l'espace

8.2.1 Droites orthogonales. Vecteurs orthogonaux

Définition 24. Dire que deux droites de l'espace d et d' sont orthogonales signifie que les parallèles à d et à d' menées par un point quelconque de l'espace sont perpendiculaires (figure 8.2).

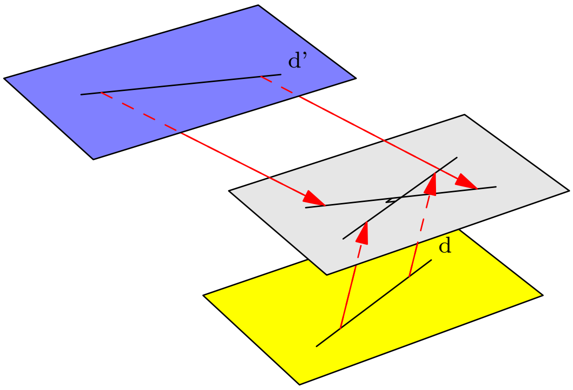


FIGURE 8.2 – Définition de l'orthogonalité de droites

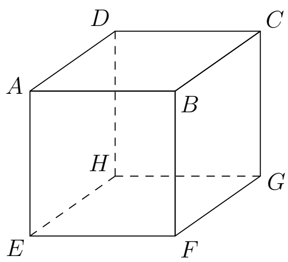


FIGURE 8.3 – Un cube

Exemple : dans le cube de la figure 8.3, (AB) et (CG) sont orthogonales. En effet la parallèle à (AB) passant par C est (CD), et (CD) est perpendiculaire à (CG).
(EF) et (CG) sont aussi orthogonales. (EF) et (BG) aussi.

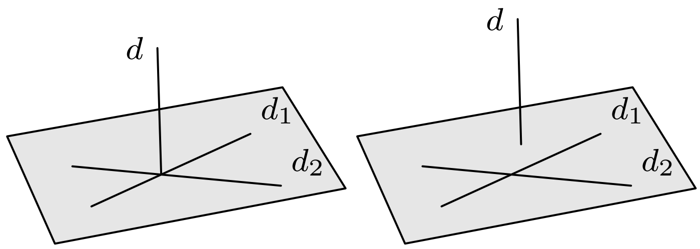
Proposition 24. Si deux droites sont parallèles, alors toute droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre.

Définition 25. Deux vecteurs non nuls de l'espace sont dits orthogonaux s'ils dirigent deux droites orthogonales.

Remarque : le vecteur nul est orthogonal à tous les autres.

8.2.2 Droites et plans orthogonaux

Définition 26. Une droite d et un plan (P) sont dits orthogonaux (ou perpendiculaires) si d est orthogonale à toutes les droites de (P).



Proposition 25. Si une droite d est orthogonale à deux droites d_1 et d_2 sécantes d'un plan (P), alors elle est orthogonale à toutes les droites de (P).

Démonstration. Ce sera démontré plus loin à l'aide du produit scalaire □

Exercice 8.7. $ABCD$ est un tétraèdre dont toutes les faces sont des triangles équilatéraux. Montrez que les arêtes opposées sont orthogonales.

Exercice 8.8. 24, 25, 26 page 102

8.3 Produit scalaire dans l'espace

Définition 27. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs de l'espace. A est un point de l'espace.

Il existe deux uniques points B et C tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ (figure 8.4).

Notons $\mathscr{P}$ un plan contenant A, B et C ($\mathscr{P}$ est unique si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires).

Par définition, le produit scalaire $\underbrace{\vec{u}.\vec{v}}_{\text{dans l'espace}}$ est $\underbrace{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}_{\text{dans le plan } \mathscr{P}}$.

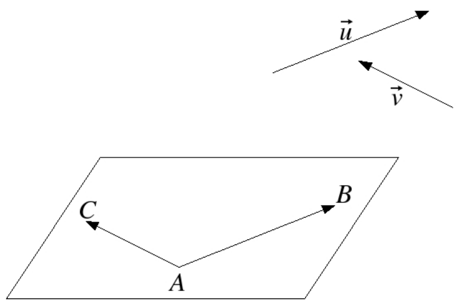


FIGURE 8.4 – Définition

Dans le plan $\mathscr{P}$, les formules 1, 3, 4 de la définition 23 sont encore vraies :

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}\left(||\vec{u}+\vec{v}||^2 - ||\vec{u}||^2 - ||\vec{v}||^2\right)}$$

$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})} \qquad \boxed{\vec{u}.\vec{v} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}}$$

avec H le projeté orthogonal de C sur (AB) (figure 8.1).

Remarques :

1. Si un des deux vecteurs est $\vec{0}$, leur produit scalaire est 0.

2. $\vec{u}.\vec{u}$ est noté $\vec{u}^2$ (« carré scalaire de $\vec{u}$ ») et on a $\vec{u}^2 = ||\vec{u}||^2$.
3. De la formule 1, appelée formule de polarisation, on déduit la deuxième formule de polarisation :
$$\vec{u}.\vec{v} = -\frac{1}{2}\left(||\vec{u}-\vec{v}||^2 - ||\vec{u}||^2 - ||\vec{v}||^2\right)$$

Comme dans le plan on a la

Propriété 15. Pour tous les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ et pour tout réel a :
$$||\vec{u}|| = \sqrt{\vec{u}^2}$$
$$\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u} \qquad \text{(symétrie)}$$
$$(a\vec{u}).\vec{v} = \vec{u}.(a\vec{v}) = a(\vec{u}.\vec{v}) \qquad \text{(bilinéarité)}$$
$$\vec{u}.(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}.\vec{v} + \vec{u}.\vec{w} \qquad \text{(bilinéarité)}$$

Démonstration. Même preuve qu'en Première. □

8.3.1 Vecteurs orthogonaux

Théorème 10. Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $\vec{u}.\vec{v} = 0$.

Démonstration. immédiat à l'aide de $\vec{u}.\vec{v} = ||\vec{u}|| \times ||\vec{v}|| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})$ □

Remarque : le vecteur nul $\vec{0}$ est orthogonal à tous les vecteurs de l'espace.

Exercice 8.9. 28, 29 page 102

8.4 Produit scalaire en repère orthonormé

Définition 28 (Base orthonormée, repère orthonormé)**.** Une base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace est dite orthonormée si ses vecteurs sont deux à deux orthogonaux et de même norme ($||\vec{i}|| = ||\vec{j}|| = ||\vec{k}|| = 1$).

O étant un point de l'espace et $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base orthonormée de l'espace, le repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est dit orthonormé.

Propriété 16. Dans une base orthonormée de l'espace, si $\vec{u}(x; y; z)$ et $\vec{v}(x'; y'; z')$ alors
$$\boxed{\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy' + zz'}$$

Démonstration. Même preuve qu'en Première. □

8.4.1 Distance dans l'espace

Propriété 17. Dans un repère orthonormé de l'espace $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, $\vec{u}(x;y;z)$, $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$.

$$\boxed{||\vec{u}|| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$\boxed{AB = ||\overrightarrow{AB}|| = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}}$$

Exercice 8.10. 80 page 107

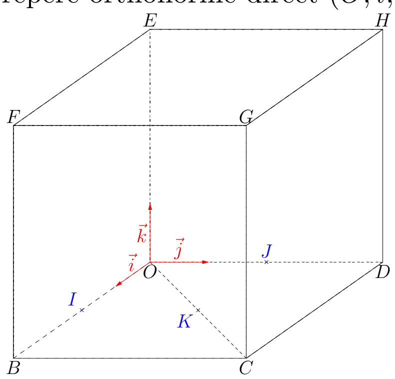
Exercice 8.11. Fiche de programmes Python (listes) pdf

8.5 Applications du produit scalaire

8.5.1 Droites orthogonales

Proposition 26. Deux droites sont orthogonales si et seulement si des vecteurs directeurs de chacune ont un produit scalaire nul.

Exemple : dans le cube de côté 4 , muni du repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.



$B\begin{pmatrix}4\\0\\0\end{pmatrix}$ $I\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix}$ $J\begin{pmatrix}0\\2\\0\end{pmatrix}$

$K\begin{pmatrix}2\\2\\0\end{pmatrix}$ $G\begin{pmatrix}4\\4\\4\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{EC}\begin{pmatrix}x_C-x_E=4-0=4\\y_C-y_E=4-0=4\\z_C-z_E=0-4=-4\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{EC}.\overrightarrow{IJ}=\begin{pmatrix}4\\4\\-4\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}-2\\2\\0\end{pmatrix}=4\times(-2)+4\times2+(-4)\times0=0$$

donc (EC) et (IJ) sont orthogonales.

Exercice 8.12. 72 page 106

8.5.2 Équation de sphère (supplément)

Propriété 18 (Sphère)**.** Dans un repère orthonormé de l'espace $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, une équation de la sphère de centre $\Omega(a;b;c)$ et de rayon R est :

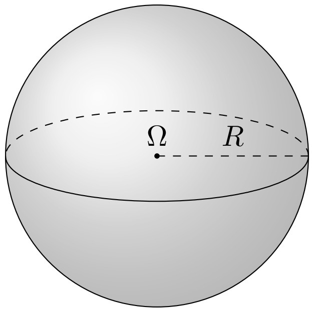
$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$$

Démonstration. La sphère en question est l'ensemble des points $M(x;y;z)$ tels que $\Omega M = R$, ce qui équivaut à $\Omega M^2 = R^2$ □

Exemple : la sphère de centre $\Omega(1;2,-3)$ et de rayon 10 a pour équation

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=100$$

$$x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-86=0$$



8.5.3 Perpendicularité de droite et de plan

Proposition 27. Une droite $\mathscr{D}$ de repère $(A;\vec{u})$ et un plan $\mathscr{P}$ de repère $(B;\vec{v},\vec{w})$ sont perpendiculaires si et seulement si $\vec{u}.\vec{v}=0$ et $\vec{u}.\vec{w}=0$.

Démonstration. Immédiat si on se rappelle qu'une droite est perpendiculaire à un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan. □

Définition 29. Soit $\mathscr{P}$ un plan. $\vec{n}$ est un vecteur normal à $\mathscr{P}$ lorsque c'est un vecteur directeur d'une droite perpendiculaire à $\mathscr{P}$.

Remarque : $\vec{n}$ est un vecteur normal à $\mathscr{P}$ si et seulement si $\vec{n}$ est non nul et $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires de $\mathscr{P}$.

8.5.4 Équations cartésiennes d'un plan

Proposition 28. Soit A un point de l'espace et $\vec{n}$ un vecteur. L'ensemble des points M qui vérifient $\vec{n}.\overrightarrow{AM}=0$ est le plan passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$.

Théorème 11. Dans un repère orthonormal, un plan $\mathscr{P}$ de vecteur normal $\vec{n}(a;b;c)$ (a, b, c sont trois nombres réels non tous nuls) a une équation de la forme

$$ax + by + cz + d = 0$$

(d est un nombre réel).

Démonstration. Soit $\mathscr{P}$ un plan de vecteur normal $\vec{n}(a;b;c)$. Soit $A(x_A;y_A;z_A)$ un point de $\mathscr{P}$. Un point $M(x;y;z)$ appartient à $\mathscr{P}$ si et seulement si $\vec{n}.\overrightarrow{AM} = 0$, c'est-à-dire :

$$a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$$

$$ax + by + cz + \underbrace{(-ax_A - by_A - cz_A)}_{d} = 0$$

□

Théorème 12. Dans un repère orthonormal, l'ensemble des points $M(x;y;z)$ dont les coordonnées vérifient l'équation $ax + by + cz + d = 0$ (où a, b, c sont trois nombres réels non tous nuls, d est un nombre réel) est un plan de vecteur normal $\vec{n}(a;b;c)$.

Démonstration. Notons $\mathscr{E}$ cet ensemble.

Il existe un point $M_0(x_0;y_0;z_0)$ dans cet ensemble : par exemple, si $a \neq 0$, le point de coordonnées $(-\frac{d}{a};0;0)$.

Ainsi : $ax_0 + by_0 + cz_0 + d = 0$. Pour tout point $M(x;y;z)$ de $\mathscr{E}$,

$$ax + by + cz + d = ax_0 + by_0 + cz_0 + d$$

D'où :

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

c'est-à-dire

$$\vec{n}.\overrightarrow{M_0M} = 0$$

si on pose $\vec{n}(a;b;c)$.

$\mathscr{E}$ est donc le plan passant par M_0, de vecteur normal $\vec{n}$. □

Remarque 1 : $ax + by + cz + d = 0$ s'appelle une équation cartésienne de plan.

Remarque 2 : Pour un plan donné, il existe une infinité d'équations cartésiennes : $(ka)x + (kb)y + (kc)z + kd = 0$, $k \in \mathbb{R}$.

Exemple 1 : Les plans $\mathscr{P}$ d'équation $2x+3y+4 = 0$ et $\mathscr{P}'$ d'équation $4x+6y-10 = 0$ sont parallèles car leurs vecteurs normaux $\vec{n}(2;3;0)$ et $\vec{n}'(4;6;0)$ sont colinéaires.

Exemple 2 : Les plans $\mathscr{P}$ d'équation $x+3y+5z=0$ et $\mathscr{P}'$ d'équation $4x-3y+z-1=0$ sont perpendiculaires car leurs vecteurs normaux $\vec{n}(1;3;5)$ et $\vec{n}'(4;-3;1)$ sont orthogonaux (en effet, $\vec{n}.\vec{n}' = 1\times 4+3\times(-3)+5\times 1=0$).

Méthodes

1. **Déterminer l'équation d'un plan connaissant ...**

   • ... un point et un vecteur normal

   Le plan contenant $A(1;2;3)$ et de vecteur normal $\vec{n}(4;5;6)$ a pour équation

   $$4x+5y+6z+t=0$$

   On trouve t en écrivant que les coordonnées de A sont solution de l'équation :

   $$4\times 1+5\times 2+6\times 3+t=0$$

   D'où $t=-32$ et l'équation du plan est :

   $$4x+5y+6z-32=0$$

   • ... trois points non alignés du plan

   Le plan ABC a pour équation $ux+vy+wz+t=0$. On trouve les inconnues u, v, w, t en résolvant le système

   $$\begin{cases} ux_A+vy_A+wz_A+t=0 \\ ux_B+vy_B+wz_B+t=0 \\ ux_C+vy_C+wz_C+t=0 \end{cases}$$

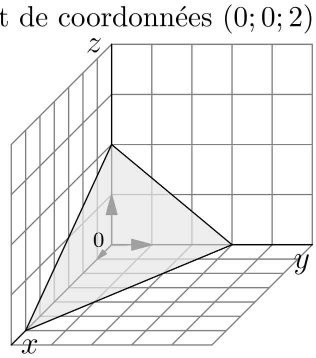
   On est amené à choisir une des inconnues, t souvent.

   Attention ! Si le plan contient l'origine du repère, on doit choisir $t=0$.

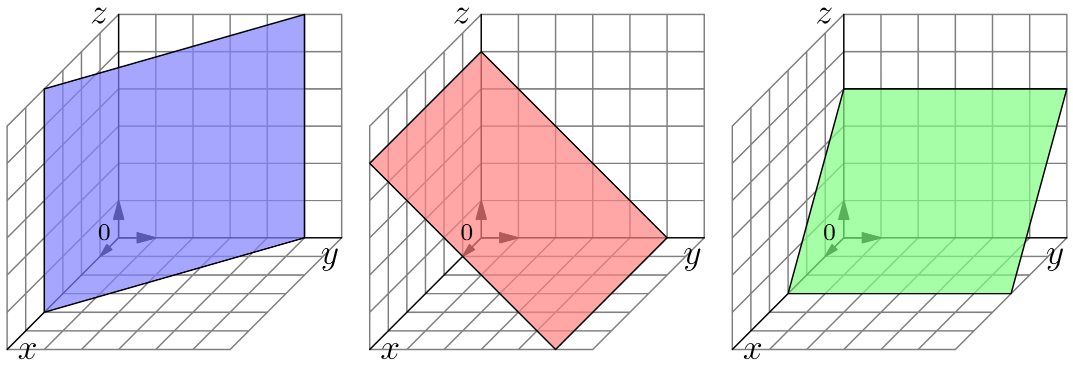
2. **Représentation d'un plan d'équation donnée**

   On place les points sur les axes du repère.

   Exemple : pour représenter le plan d'équation $x+2y+3z=6$,
   — on choisit $y=z=0$; on trouve $x=6$ en remplaçant y et z par 0 dans l'équation du plan ; on obtient le point de coordonnées $(6;0;0)$;
   — on choisit $x=z=0$; on trouve $y=3$ en remplaçant x et z par 0 dans l'équation du plan ; on obtient le point de coordonnées $(0;3;0)$;
   — on choisit $x=y=0$; on trouve $z=2$ en remplaçant x et y par 0 dans l'équation du plan ; on obtient le point de coordonnées $(0;0;2)$.



Cas particuliers : plans parallèles aux axes :



Dans les exercices suivants, même si ce n'est pas précisé, on se place dans un repère orthonormé de l'espace $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Exercice 8.13. Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathscr{P}$ défini par le point $A(3;1;2)$ et un vecteur normal $\vec{n}(3;1;-2)$.

Les points $B(4;-5;-2)$, $C(0;4;1)$ et $D(2;2;1)$ appartiennent-ils à $\mathscr{P}$?

Exercice 8.14. Un plan $\mathscr{P}$ est défini par l'équation cartésienne :

$$3x + y - 2z + 1 = 0$$

Déterminer trois points alignés de $\mathscr{P}$ et deux vecteurs non colinéaires directeurs $\mathscr{P}$.

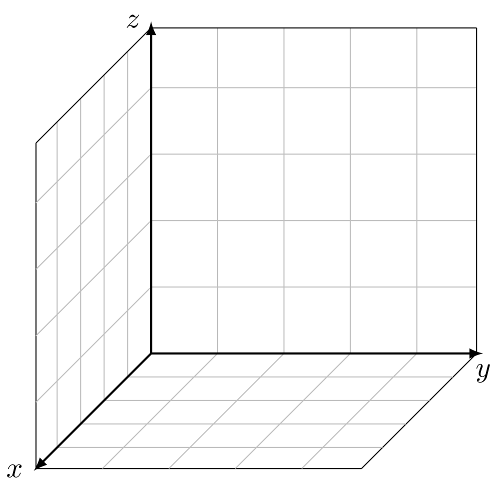
Exercice 8.15. Un plan $\mathscr{P}$ est défini par l'équation cartésienne :

$$2x + y - z + 3 = 0$$

Vérifier que les points $A(1;2;3)$ et $B(-1;3;5)$ n'appartiennent pas à $\mathscr{P}$.

Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (AB) avec $\mathscr{P}$.

Exercice 8.16. Trouver l'équation du plan P passant par $A(3;0;0)$ et de vecteur normal $\vec{n}(1;2;1)$. Dessiner ci-dessous P et P' d'équation $x+2z=2$. Trouver deux points de P∩P'.



Exercice 8.17. 36 page 103

Exercice 8.18. 62 page 105

Exercice 8.19. 75 page 106

Exercice 8.20 (Plan médiateur)**.** 84 page 108

Exercice 8.21 (Supplément : vecteur orthogonal à deux autres)**.** 78 page 107

Exercice 8.22 (Supplément : intersection de deux plans)**.** 83 page 107

Exercice 8.23. On donne les points $A(1;0;-1)$, $B(2;2;3)$ et $C(3;1;-2)$.

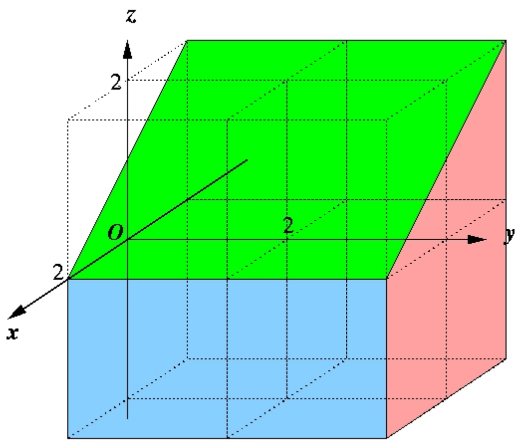
1. Justifier que les points A, B et C définissent un plan.
2. Interpréter le résultats obtenu dans la résolution du système ci-dessous avec le logiciel XCas :

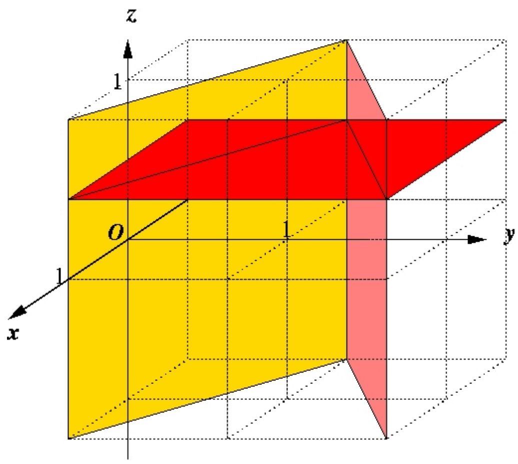
$$\text{resoudre}\left([a-c+d=0, 2\cdot a+2\cdot b+3\cdot c+d=0, 3\cdot a+b-2\cdot c+d=0], [a,b,c]\right)$$

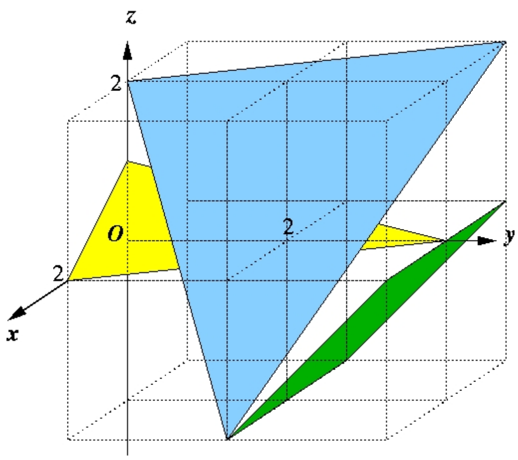
$$([-2\cdot d, 3\cdot d, -d])$$

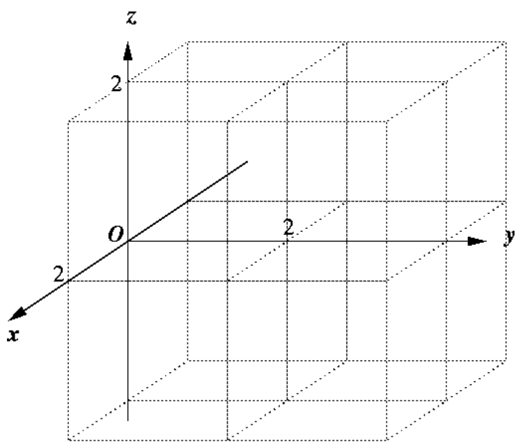
3. Démontrer que le vecteur $\vec{n}(2;-3;1)$ est normal au plan (ABC) et déterminer une équation de (ABC).

Exercice 8.24. Déterminer une équation de tous les plans représentés page 162 (sans calculs quand c'est possible).





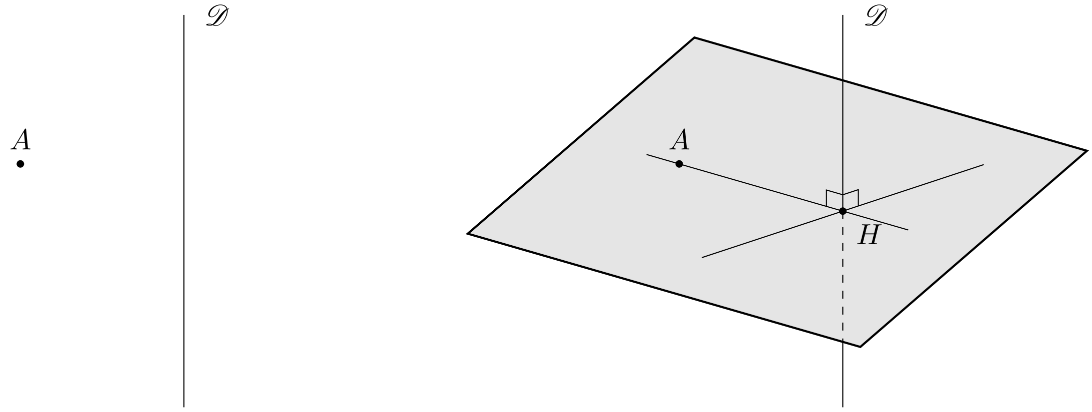




8.6 Projection orthogonale

8.6.1 Projection orthogonale d'un point sur une droite

Définition 30. Le projeté orthogonal d'un point A sur une droite $\mathscr{D}$ est le point d'intersection de $\mathscr{D}$ avec le plan passant par A et orthogonal à $\mathscr{D}$.



Remarque : si A est sur $\mathscr{D}$, son projeté orthogonal est lui-même. Sinon, le plan en question est unique.

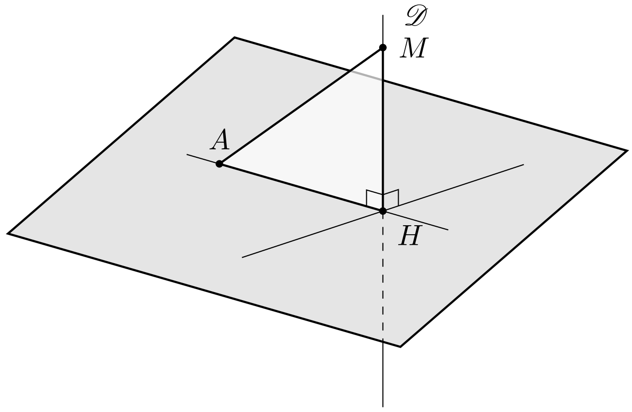
Exemple : dans le cube de la page 156, le projeté orthogonal de F sur (OC) est K car le plan (FBD) est orthogonal à (OC).

Détermination de la distance d'un point à une droite

Propriété 19. Le projeté orthogonal H d'un point A sur une droite $\mathscr{D}$ est le point de $\mathscr{D}$ le plus proche de A.

On dit que AH est la distance du point A à la droite $\mathscr{D}$.

Démonstration. .



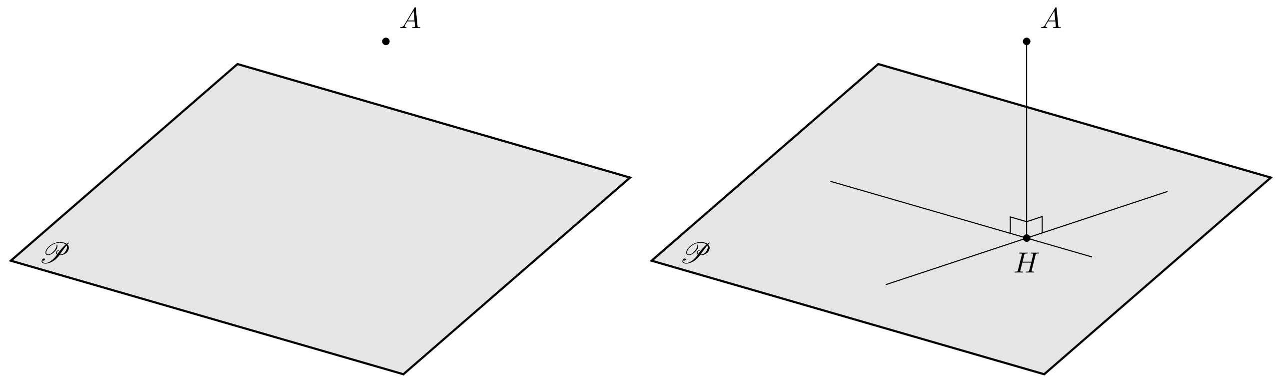
□

Exercice 8.25. 40 page 103

Exercice 8.26. (deux méthodes) 41 page 103

8.6.2 Projection orthogonale d'un point sur un plan

Définition 31. Le projeté orthogonal d'un point A sur un plan $\mathscr{P}$ est le point d'intersection H de $\mathscr{P}$ avec la droite passant par A et orthogonale à $\mathscr{P}$.



Remarque : si A est sur $\mathscr{P}$, son projeté orthogonal est lui-même.

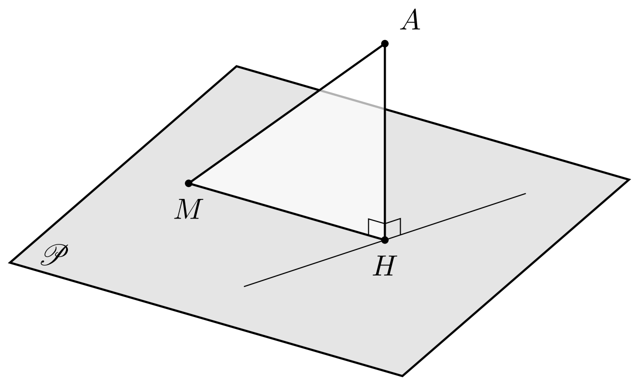
Exemple : dans le cube de la page 156, le projeté orthogonal de B sur (EOC) est K car (BK) est orthogonale à (EOC).

Détermination de la distance d'un point à un plan

Propriété 20. Le projeté orthogonal H d'un point A sur un plan $\mathscr{P}$ est le point de $\mathscr{P}$ le plus proche de A.

On dit que AH est la distance du point A au plan $\mathscr{P}$.

Démonstration. .



□

Exercice 8.27. 38 page 103. Calculer aussi la distance de G au plan $\mathscr{L}$.

Exercice 8.28. 93 page 108

Exercice 8.29. $ABCD$ est un tétraèdre régulier. I, J et K sont les milieux respectifs de $[AC]$, $[AD]$ et $[DC]$.

1. Montrer que les droites (BI) et (JK) sont orthogonales.
2. Montrer que la droite (JK) est orthogonale au plan (BDI).