Plan médiateur.

$H(2;2;-4) \qquad K(3;1;-3)$

1) Le milieu de $[HK]$ est $L\left(\frac{x_H+x_K}{2}; \frac{y_H+y_K}{2}; \frac{z_H+z_K}{2}\right)$

$$L\left(\frac{3+2}{2}; \frac{2+1}{2}; \frac{-4-3}{2}\right)$$

$$\boxed{L\left(5/2; 3/2; -7/2\right)}$$

2) Une équation du plan contenant L et de vecteur normal $\overrightarrow{HK}(1;-1;1)$ est

$$x - y + z + d = 0 \qquad (d \in \mathbb{R})$$

L est dessus donc :

$$x_D - y_D + z_D + d = 0$$
$$5/2 - 3/2 - 7/2 + d = 0$$
$$d = 5/2$$

Le plan a pour équation :

$$\boxed{x - y + z + \frac{5}{2} = 0}$$

3) Soit x_M et y_M des réels. Alors $M\left(x_M; y_M; -x_M+y_M-\frac{5}{2}\right)$ est un point du plan puisque

$$x_M - y_M + \left(-x_M+y_M-\frac{5}{2}\right) + \frac{5}{2} = 0$$

4) • $MH^2 = (2-x_M)^2 + (2-y_M)^2 + \left(-4-\left(-x_M+y_M-\frac{5}{2}\right)\right)^2$

$= 4 - 4x_M + x_M^2 + 4 - 4y_M + y_M^2 + \left(\frac{3}{2} - x_M + y_M\right)^2$

$= \frac{41}{4} + 2x_M^2 + 2y_M^2 - 7x_M - y_M$

• $MK^2 = (3-x_M)^2 + (1-y_M)^2 + \left(-3-\left(-x_M+y_M-\frac{5}{2}\right)\right)^2$

$= 9 - 6x_M + x_M^2 + 1 - 2y_M + y_M^2 + \left(\frac{1}{2} - x_M + y_M\right)^2$

$= \frac{41}{4} + 2x_M^2 + 2y_M^2 - 7x_M - y_M$

$MH = MK$ $\begin{cases} M \text{ est équidistant de } H \text{ et } K. \\ M \text{ appartient au plan médiateur de } [HK]. \end{cases}$