

BTS SIO

Statistiques à deux variables : ajustement exponentiel

Lycée Carcouët

8 avril 2021

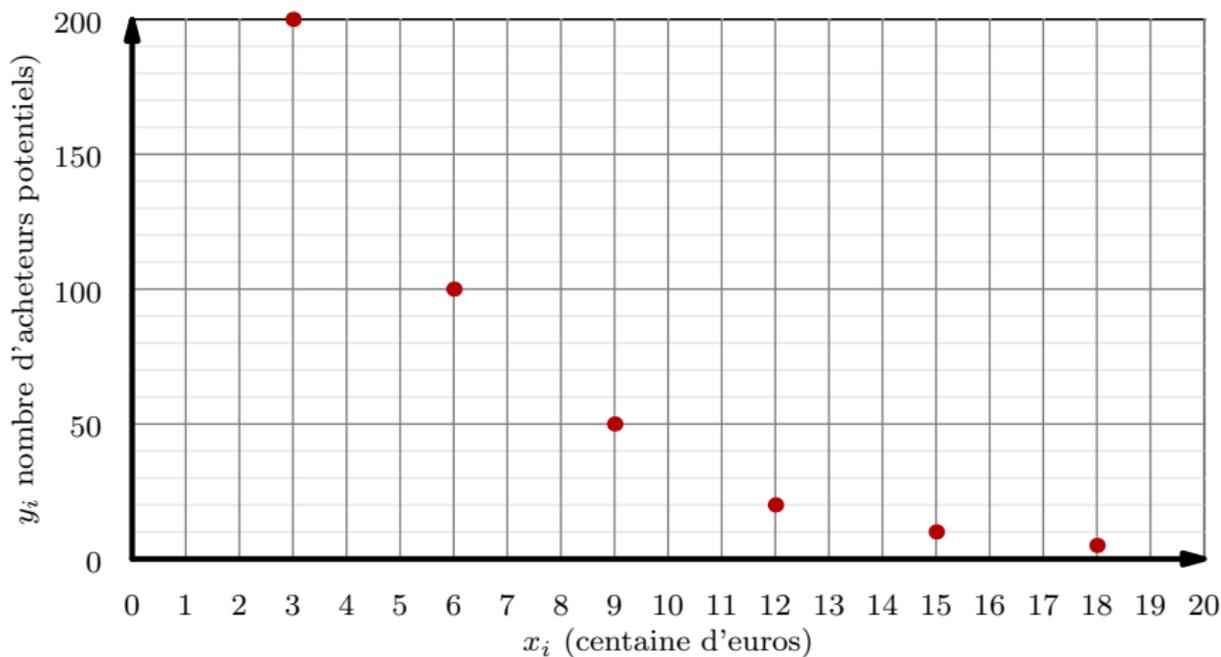
Avant la commercialisation d'un nouveau système d'alarme, la société SECUPRO réalise une enquête auprès des entreprises de la région Rhône-Alpes afin de déterminer le nombre d'acheteurs potentiels du logiciel en fonction de son prix de vente.

Les résultats de cette enquête sont donnés dans le tableau suivant :

x_i : prix en centaine d'euros	3	6	9	12	15	18
y_i : nombre d'acheteurs potentiels	200	100	50	20	10	5

- 1 Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i ; y_i)$. Comment l'interpréter ?
- 2 On donne ci-dessous le nuage de points correspondant à la série $(x_i ; y_i)$.

Énoncé



Un ajustement affine du nuage semble-t-il pertinent ?

- 3 L'allure du nuage de points de la série $(x_i ; y_i)$ conduit à poser $z_i = \ln y_i$.

Compléter après l'avoir reproduit le tableau suivant, en arrondissant les valeurs de z_i au millième le plus proche :

x_i	3	6	9	12	15	18
$z_i = \ln y_i$						

- 4 Donner la valeur arrondie à 10^{-3} près du coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i ; z_i)$.
Un ajustement affine est-il justifié ?
- 5 Déterminer une équation de la droite de régression de z en x , sous la forme $z = ax + b$, a sera arrondi au centième le plus proche et b arrondi à l'entier le plus proche.
- 6 Dédire, du résultat obtenu à la question précédente, une expression de y en fonction de x . Utiliser cette expression pour estimer le nombre d'acheteurs potentiels du logiciel si le prix de vente est de 1 000 euros.

- ① Le coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i ; y_i)$ vaut

$$r \simeq -0,9055$$

- Il est négatif donc le nombre d'acheteurs décroît quand le prix augmente.
 - Il est proche de -1 donc un ajustement affine semble pertinent.
- ② D'après le nuage de points, la décroissance ne semble pas du tout linéaire : le ralentissement est de plus en plus grand. Un ajustement affine du nuage ne semble pas pertinent.

3	x_i	3	6	9	12	15	18
	$z_i = \ln y_i$	5,298	4,605	3,912	2,996	2,303	1,609

- 4 La valeur arrondie à 10^{-3} près du coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i ; z_i)$ est $r \simeq -0,999$.
 r est très proche de -1 : un ajustement affine est parfaitement justifié.
- 5 Une équation de la droite de régression de z en x est

$$z = -0,25x + 6$$

- 6 Comme $z = \ln(y)$, on a

$$\ln(y) = -0,25x + 6$$

$$e^{\ln(y)} = e^{-0,25x+6}$$

$$y = e^{-0,25x+6}$$

Le nombre d'acheteurs potentiels du logiciel si le prix de vente est de 1 000 euros est $y = e^{-0,25 \times 10 + 6} \simeq 33$.

Commentaire

Tracé de la droite d'équation $y = -12,14286x + 191,66667$ et de la courbe d'équation $y = e^{-0,25x+6}$:

