

# **BTS BLANC**

## **SERVICES INFORMATIQUES**

### **AUX ORGANISATIONS**

**Épreuve EF2**  
**MATHÉMATIQUES APPROFONDIES**

**30 novembre 2022**

**SUJET pour les ALTERNANTS**

**Durée : 2 heures**

**Seuls les points supérieurs à 10 sont pris en compte.**

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Ce document comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.

Dès que ce document vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

La page 5/5 des annexes 1 et 2 devra être rendue avec la copie, même non complétée.

## Exercice 1 (10 points)

*Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.*

### Partie A

Une entreprise, spécialisée dans la fabrication de parfums, souhaite créer deux parfums, l'un à la rose et l'autre au jasmin.

Elle achète donc les deux variétés de fleurs à deux producteurs, A et B, pour ses créations.

Le directeur passe la commande suivante :

- 65 % de la quantité nécessaire provient du producteur A ;
- parmi la quantité provenant du producteur A, 70 % sont des roses ;
- parmi la quantité provenant du producteur B, il y a autant de roses que de jasmin.

On s'intéresse à une fleur au hasard.

On considère les évènements suivants :

$A$  : « La fleur provient du producteur A » ;

$R$  : « La fleur est une rose ».

1. Donner la valeur des probabilités  $P(A)$ ,  $P_A(R)$  et  $P_{\bar{A}}(R)$ .
2. Réaliser un arbre de probabilités représentant la situation.
3. Calculer la probabilité que la fleur provienne du producteur A et soit une rose.
4. Le directeur a besoin d'au moins 60 % de roses pour ses créations. Sa commande peut-elle convenir ? Justifier la réponse.
5. Sachant que la fleur est une rose, quelle est la probabilité qu'elle provienne du producteur A ? Arrondir le résultat à 0,001 près.

### Partie B

Un employé prend au hasard 100 flacons parmi les parfums à la rose ou au jasmin. Ce tirage est assimilé à un tirage avec remise car le nombre de flacons est très grand.

On suppose que la probabilité que le flacon contienne du jasmin est de 0,37.

Soit  $X$  la variable aléatoire qui, dans le lot de 100 flacons, associe le nombre de flacons contenant du jasmin.

1. Justifier que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Calculer la probabilité d'obtenir dans le lot exactement 40 flacons contenant du jasmin. Arrondir la probabilité à 0,001 près.
3. Déterminer la probabilité d'obtenir au moins 30 flacons contenant du jasmin. Arrondir la probabilité à 0,001 près.

### Partie C

L'entreprise s'intéresse au remplissage de ses flacons de parfum.

On note  $Y$  la variable aléatoire qui, à chaque flacon prélevé dans la production, associe la quantité de parfum qu'il contient, exprimée en mL.

On admet que  $Y$  suit la loi normale d'espérance 50 et d'écart-type 0,4.

1. Calculer la probabilité que le flacon contienne moins de 49 mL de parfum. Arrondir la probabilité à 0,000 1 près.

2. On estime qu'un flacon de parfum est conforme lorsque la quantité de parfum qu'il contient est comprise entre 49 et 51 mL.
  - (a) Calculer la probabilité que le flacon soit non conforme. Arrondir la probabilité à 0,000 1 près.
  - (b) L'entreprise a produit 120 000 flacons. On estime que 1,2 % des flacons ne sont pas conformes.  
Estimer le nombre de flacons non conformes.
  - (c) Un flacon étant vendu 25 €, estimer la perte de chiffre d'affaires pour l'entreprise.

## Exercice 2 (10 points)

### Partie A

Une entreprise fabrique et vend une quantité  $x$  d'objets. La capacité maximale de production de l'entreprise est de 21 objets. Le coût total de fabrication de  $x$  objets, exprimé en euros, est donné par :

$$C(x) = 2x^3 - 54x^2 + 470x + 80.$$

Chaque objet est vendu 200 €.

1. Pour 12 objets fabriqués et vendus calculer :
  - le coût de fabrication ;
  - la recette ;
  - le bénéfice.
2.  $R(x)$  et  $B(x)$  désignent respectivement la recette et le bénéfice pour  $x$  objets vendus.
  - (a) Exprimer  $R(x)$  en fonction de  $x$ .
  - (b) Montrer que le bénéfice pour  $x$  objets vendus est :

$$B(x) = -2x^3 + 54x^2 - 270x - 80.$$

3. On considère la fonction  $B$  de la variable réelle  $x$  définie sur l'intervalle  $[0; 21]$  par :

$$B(x) = -2x^3 + 54x^2 - 270x - 80.$$

- (a) Soit  $B'$  la fonction dérivée de la fonction  $B$ . Calculer  $B'(x)$  et vérifier que :

$$B'(x) = -6(x - 3)(x - 15).$$

- (b) À l'aide d'un tableau de signes, donner le signe de  $B'(x)$  sur l'intervalle  $[0; 21]$ .  
En déduire le tableau de variations de la fonction  $B$  sur l'intervalle  $[0; 21]$ .
- (c) Pour quel nombre d'objets fabriqués et vendus le bénéfice est-il maximum ?  
(justifier la réponse).  
Quel est ce bénéfice maximum ?

## Partie B

La production est en réalité au moins égale à 6 objets. On étudie donc la fonction  $B$  seulement sur l'intervalle  $[6 ; 21]$ .

1. Compléter le tableau de valeurs de l'annexe 1.
2. Représenter avec précision la fonction  $B$  sur l'annexe 2, dans le plan muni d'un repère orthonormal, en prenant pour unités graphiques :  
1 cm pour 1 unités sur l'axe des abscisses ;  
1 cm pour 100 € sur l'axe des ordonnées.
3. Préciser le nombre minimal et le nombre maximal d'objets fabriqués et vendus permettant à l'entreprise de rester bénéficiaire.
4. L'entreprise veut assurer un bénéfice d'au moins 1 000 €.  
Tracer, sur l'annexe 2, la droite  $\Delta$  d'équation  $y = 1\,000$  et déterminer graphiquement toutes les valeurs de  $x$  (nombre d'objets produits et vendus) assurant ce bénéfice.
5. Déterminer pour quel(s) nombre(s) d'objets la vitesse de croissance du bénéfice est maximale. Expliquer la démarche.

Nom :

**ANNEXE 1. À rendre avec la copie**

|        |   |   |    |    |    |    |    |    |
|--------|---|---|----|----|----|----|----|----|
| $x$    | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 21 |
| $B(x)$ |   |   |    |    |    |    |    |    |

**ANNEXE 2. À rendre avec la copie**

