BTS blanc de Mathématiques pour l'informatique
Corrigé

Exercice 1

Question 1

$\boxed{\text{Les nombres 154 et 75 sont premiers entre eux.}}$

Justification : $154 = 2 \times 7 \times 11$ et $75 = 3 \times 5^2$ donc leur seul diviseur commun est 1.

Question 2

L'entier naturel 42 admet exactement 8 diviseurs.

Justification : $42 = 2 \times 3 \times 7$ donc 42 admet pour diviseurs : 1 ; 2 ; 3 ; 7 ; 6 ; 14 ; 21 ; 42.

Question 3

a est un entier naturel. On sait que $a \equiv 4 \mod 5$. On peut affirmer que $\boxed{a^3 \equiv 4 \mod 5}$.

Justification : de

$$a \equiv 4 \mod 5$$

on déduit que

$$a^3 \equiv 4^3 \mod 5.$$

Or $4^3 = 64 = 5 \times 12 + 4$, ce qui permet d'écrire $64 \equiv 4 \mod 5$.

Question 4

On considère un entier X dont l'écriture en base seize est : $X = \text{AF4}_{16}$ s'écrit $\boxed{X = 2804}$ en base 10.

Justification : $\underbrace{10}_{A} \times 16^2 + \underbrace{15}_{F} \times 16 + 4 = 2804$

Question 5

On considère un nombre Y dont l'écriture en base dix est : $Y = 23{,}125$.
$\boxed{\text{En base deux, l'entier } Y \text{ s'écrit } Y = 10111{,}001_2}$.

Justification : $1 \times 16 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 + 1 \times 0{,}125 = 23{,}125$

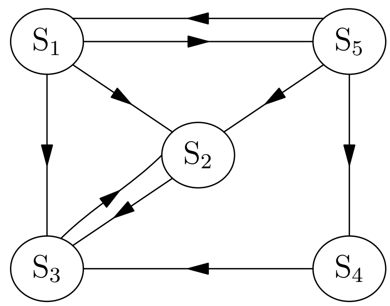
1	0	1	1	1 ,	0	0	1
2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
16	8	4	2	1	0,5	0,25	0,125

Exercice 2

1. (a) La matrice d'adjacence M du graphe est

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   (b) Représentation graphique du graphe.



2. Calcul de $M^2 =$.

$$M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. (a) Sur la diagonale de M^2, on voit $\boxed{\text{4 circuits de longueur 2}}$: les quatre 1 encadrés.

$$M^2 = \begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & \boxed{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & \boxed{1} \end{pmatrix}$$

   (b) Sur la première ligne de M^2, on trouve $1+2+1+1 = \boxed{\text{5 chemins de longueur 2 issus du sommet } \mathrm{S}_1}$.

4. Un chemin hamiltonien doit passer par tous les sommets une fois et une seule : le chemin S_1 - S_5 - S_4 - S_3 - S_2 en est un.

5. (a) La matrice $\widehat{M}$ de fermeture transitive du graphe est donnée par l'addition booléenne : $\widehat{M} = M \oplus M^{[2]} \oplus M^{[3]} \oplus M^{[4]} \oplus M^{[5]}$.

   Elle permet de voir si un chemin est possible entre deux sommets quelconques du graphe.

$$\widehat{M} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

   (b) Les deux colonnes de 1 dans $\widehat{M}$: on peut accéder aux pages P_2 et P_3 depuis toutes les autres pages en quelques clics.

   (c) Les trois 0 de la première colonne de la matrice $\widehat{M}$ indiquent qu'on ne peut pas passer à la page P_1 en venant de P_2 ou de P_3 ou de P_4.