**Corrigé de l'exercice : 1.33**

**Partie A**

1. (a) Décomposition de 2 014 en produit de facteurs premiers :

$$\boxed{2014 = 2 \times 19 \times 53}$$

   (b) On en déduit la liste des diviseurs positifs de 2 014 : $\boxed{1,\ 2,\ 19,\ 53,\ 38,\ 106,\ 1007,\ 2014}$.

2. Le PGCD des nombres $2\,014 = 2 \times 19 \times 53$ et $212 = 2^2 \times 53$ est $d = 2 \times 53 = \boxed{106}$.
   L'entier $p$ tel que : $2\,014 = p \times d$ vaut $\boxed{19}$.

**Partie B**

1. Dans cette question, le président du jury choisit $n = 212$.
   (a) Les 9 premiers numéros inscrits sont donc :

   212–424–636–848–1 060–1 272–1 484–1 696–1 908.

   Les 15 numéros suivants sont

   106–318–530–742–954–1166–1378–1590–1802–2014–212–424–636–848–1060.

   La valeur $n = 212$ ne permet pas de convoquer tous les candidats.
   (b) Avec cette valeur de $n$, la liste comporte seulement 19 numéros différents.
2. Dans cette question, le président du jury choisit $n = 38$.
   La liste comporte 53 numéros différents car $2014 = 38 \times 53$, donc au bout de 53 étapes, on tombe sur 2014 (puis 38 ...)

**Partie C**

On admet le résultat suivant :

« Le nombre $n$ choisi permet de former une liste complète comportant tous les numéros de 1 à 2 014 dans le cas où le PGCD de 2 014 et de $n$ est égal à 1, et dans ce cas seulement ».

Ainsi, les nombres $n$ permettant de convoquer tous les candidats sont les entiers $n$ compris entre 1 et 400 qui sont premiers avec 2 014.

1. $n = 15$ permet de convoquer tous les candidats car $PGCD(2014{,}15) = 1$.
2. (a) Il existe 200 multiples de 2 non nuls, inférieurs ou égaux à 400 ($2 \times 1$, $2 \times 2$, $2 \times 3$, $\ldots$ $2 \times 200$) .
   (b) Les multiples **impairs** de 19, inférieurs ou égaux à 400 sont

   19–57–95–133–171–209–247–285–323–361–399

   (c) Les multiples **impairs** de 53, inférieurs ou égaux à 400. sont

   53–159–265–371

   (d) Les nombres qui ne conviennent pas sont
   - les 200 multiples de 2 ;
   - les 11 multiples **impairs** de 19 ;
   - les 4 multiples **impairs** de 53 ;

   Les multiples des autres diviseurs de 2014 (38, 106) sont déjà comptés parmi les nombres pairs (et 1007 dépasse 400).
   Donc 215 entiers ne permettent pas de convoquer tous les candidats, et 185 le permettent.