

Exercices d'arithmétique

Exercice 1.12. Nombres brevetés

A cause de leur importance dans les algorithmes utilisés aujourd'hui pour coder et protéger des données confidentielles (codes de cartes bancaires en particulier), les nombres premiers peuvent faire partie des outils mis à la disposition des entreprises. D'ailleurs, le mathématicien Roger Schlafly a déposé en 1994 un brevet commercial sur les deux nombres premiers suivants, exprimés en base 16 ou système hexadécimal.

98A3DF52AEAE9799325CB258D767EBD1F4630E989E21732A4AFB16248A6DF911466
AD8DA960586F4A0D5E3C36AF0996608DDC1577E54A9F402334433ACB14BCB

93E8965DAFD9DFECFD008466868F90EA68AF5DC9FED915278D1B3A137471E6559
6C37FED0C7829FF8F8331F81A2700438ECDCC09447DC397C685F397294F7228CC48
4AEDF28BED25AAAB35D35A65DB1FD62C9D78A55844FEB1F9401E671340933EE43
C54E4DC459400D7AD61248883A2624835B31FFF2D9595A58908276E44F9

D'après « PartialModular Reduction Method, R. Schlafly.

Combien de chiffres ont ces nombres dans le système hexadécimal ? En déduire un ordre de grandeur du nombre de chiffres de ces nombres en base 10.

Exercice 1.13. Rappeler les critères de divisibilité par 2, 3, 4, 5, 9.

Exercice 1.14. 457, 459, 461, 337, 447, 557 sont-ils premiers ?

Exercice 1.15. Décomposer en produit de facteurs premiers 450, 1617, 605, 6552, 1296, 2431, 1260, 13608, 4791.

Exercice 1.16. Trouver tous les diviseurs de 180, de 79625.

Exercice 1.17. En décomposant les nombres en facteurs premiers, déterminer $PGCD(15,24)$, $PGCD(140,98)$, $PGCD(200,60)$, $PGCD(1911,2366)$, $PGCD(198,363)$.

Exercice 1.18. On veut répartir la totalité de 760 dragées au chocolat et de 1045 dragées aux amandes dans des sachets ayant la même répartition de dragées au chocolat et aux amandes. Peut-on faire 76 sachets ? Quel nombre maximum de sachets peut-on réaliser ? Combien de dragées de chaque sorte y a-t-il alors dans chaque sachet ?

Exercice 1.19. Un lycée organise un tournoi sportif par équipe pour tous ses étudiants en BTS. Chaque équipe doit comporter le même nombre de filles et de garçons. Les professeurs souhaitent constituer le plus d'équipes possibles. Il y a 210 filles et 294 garçons. Quel est le plus grand nombre d'équipes que l'on peut constituer ? Combien y a-t-il alors de garçons dans chaque équipe ?

Exercice 1.20. On veut carreler une pièce rectangulaire de 320cm sur 448cm avec des carreaux carrés dont le côté entier est compris entre 15 et 20cm. Calculer la longueur du côté du carreau et le nombre de carreaux employés.

Sur les côtés d'une propriété triangulaire, on veut planter des arbres espacés de 5m au moins et de 10m au plus. Les côtés mesurant 136m, 152m, 184m et un arbre étant planté à chaque sommet du triangle, trouver le nombre d'arbres plantés.

Exercice 1.21. Trouver deux nombres entiers dont le produit est 1440. Quel est le nombre de solutions ?

Exercice 1.22. Algorithme des différences. Sachant que $PGCD(a,b) = PGCD(a-b,b)$ quand $a > b$, retrouver les résultats de l'exercice 1.17.

Exercice 1.23. Algorithme d'Euclide. Sachant que $PGCD(a,b) = PGCD(b,r)$, quand $a > b$ et r est le reste de la division euclidienne de a par b , retrouver les résultats de l'exercice 1.17.

Exercice 1.24. Le crible d'Ératosthène. On se propose de déterminer la liste des nombres entiers premiers inférieurs à 705.

Tous les multiples de 2 ne sont pas des nombres premiers, donc ils ne figurent pas dans le tableau suivant.

Nous allons barrer tous les nombres qui ne sont pas premiers, en procédant méthodiquement :

- barrer tous les multiples de 3.
- barrer tous les multiples de 5 (pourquoi pas d'abord les multiples de 4?)
- barrer tous les multiples de 7, puis de 11 ...
- Jusqu'où faut-il continuer?

Établir la liste des nombres premiers inférieurs à 705.

3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45
47	49	51	53	55	57	59	61	63	65	67
69	71	73	75	77	79	81	83	85	87	89
91	93	95	97	99	101	103	105	107	109	111
113	115	117	119	121	123	125	127	129	131	133
135	137	139	141	143	145	147	149	151	153	155
157	159	161	163	165	167	169	171	173	175	177
179	181	183	185	187	189	191	193	195	197	199
201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221
223	225	227	229	231	233	235	237	239	241	243
245	247	249	251	253	255	257	259	261	263	265
267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287
289	291	293	295	297	299	301	303	305	307	309
311	313	315	317	319	321	323	325	327	329	331
333	335	337	339	341	343	345	347	349	351	353
355	357	359	361	363	365	367	369	371	373	375
377	379	381	383	385	387	389	391	393	395	397
399	401	403	405	407	409	411	413	415	417	419
421	423	425	427	429	431	433	435	437	439	441
443	445	447	449	451	453	455	457	459	461	463
465	467	469	471	473	475	477	479	481	483	485
487	489	491	493	495	497	499	501	503	505	507
509	511	513	515	517	519	521	523	525	527	529
531	533	535	537	539	541	543	545	547	549	551
553	555	557	559	561	563	565	567	569	571	573
575	577	579	581	583	585	587	589	591	593	595
597	599	601	603	605	607	609	611	613	615	617
619	621	623	625	627	629	631	633	635	637	639
641	643	645	647	649	651	653	655	657	659	661
663	665	667	669	671	673	675	677	679	681	683
685	687	689	691	693	695	697	699	701	703	705

Un peu d'histoire : Eratosthène de Cyrène (III^eème siècle avant notre ère) s'est intéressé à de nombreux domaines : les mathématiques, la géographie, l'histoire, la poésie, la musique... Il a donné la première mesure précise du périmètre de la Terre.

Exercice 1.25. sudomath : [pdf](#); [solution](#)