

Services informatiques aux organisations

L'enseignement des mathématiques dans les sections de techniciens supérieurs « Services informatiques aux organisations » se réfère aux dispositions figurant aux annexes I et II du présent arrêté.

Ces dispositions sont précisées pour ce BTS de la façon suivante:

I – Lignes directrices

Objectifs spécifiques à la section

On distingue ici un enseignement de mathématiques appliquées à l'informatique et un enseignement de mathématiques approfondies dont l'objectif est de préparer l'étudiant à d'éventuelles poursuites d'études.

Concernant les mathématiques pour l'informatique, on distingue trois objectifs principaux :

- comprendre et résoudre les problèmes mathématiques élémentaires auxquels l'informaticien est couramment confronté (calcul binaire, masque de réseau, opérateurs logiques...);
- comprendre et manipuler les objets mathématiques fréquemment utilisés en programmation, de manière à pouvoir exploiter informatiquement une solution mathématique préalablement construite ;
- résoudre des problèmes numériques nécessitant la mise en œuvre d'*algorithmes* qu'il s'agit de construire, de mettre en forme et dont on comparera éventuellement les performances.

D'une manière générale, *la recherche et la mise en œuvre d'algorithmes* en utilisant les *moyens informatiques* propres à la section sont au centre de cette formation.

Pour leur part, les mathématiques approfondies visent à familiariser l'étudiant avec certaines notions d'analyse, de statistique et de probabilités, à lui apprendre à effectuer les calculs correspondants avec sa calculatrice ou d'autres moyens informatiques, et à interpréter les résultats ainsi obtenus.

Organisation des contenus

C'est en fonction de ces objectifs que l'enseignement des mathématiques est conçu ; il s'organise selon deux unités d'enseignement :

- *Mathématiques pour l'informatique*, elle-même divisée en deux sous-unités :
 - Mathématiques* ;
 - Algorithmique appliquée* ;
- *Mathématiques approfondies* (unité facultative).

Organisation des études

Pour l'unité « Mathématiques », l'horaire hebdomadaire est de 2 heures + 0 heure en première année et de 2 heures + 1 heure en seconde année.

Pour l'unité « Algorithmique appliquée », l'horaire hebdomadaire est de 0 heure + 1 heure en première année et de 0 heure en seconde année.

Pour l'unité facultative « Mathématiques approfondies », l'horaire hebdomadaire est de 2 heures en première année et de 2 heures en seconde année.

II - Programme

Le programme de mathématiques est constitué des modules suivants :

Unité « Mathématiques pour l'informatique » : sous-unité « Mathématiques »

Suites numériques.

Calcul matriciel.

Arithmétique.

Algèbres de Boole.

Éléments de la théorie des ensembles.

Graphes et ordonnancement.

Unité « Mathématiques pour l'informatique » : sous-unité « Algorithmique appliquée »

Algorithmique appliquée.

Unité facultative « Mathématiques approfondies »

Fonctions d'une variable réelle, à l'exception de l'item « *Fonctions sinus et cosinus* » et des paragraphes « *Approximation locale d'une fonction* » et « *Courbes paramétrées* ».

Calcul intégral, à l'exception de l'item « Complément : primitives de $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$ et $t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)$ » du paragraphe « *Primitives* » et de l'item « *Formule d'intégration par parties* » du paragraphe « *Intégration* ».

Statistique descriptive.

Probabilités 1, à l'exception de l'item « *Théorème de la limite centrée* ».

Probabilités 2, à l'exception du paragraphe « *Exemples de processus aléatoires* ». On veille à introduire le vocabulaire de la fiabilité.

SUITES NUMÉRIQUES

Les suites sont un outil indispensable pour l'étude des phénomènes discrets, et c'est à ce titre qu'elles font l'objet d'une initiation. Aucune difficulté théorique ne doit être soulevée à leur propos. Le programme se place dans le cadre des suites définies pour tout entier naturel ou pour tout entier naturel non nul.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Mode de génération d'une suite et comportement global</p> <p>Exemples de génération d'une suite.</p> <p>Suites croissantes, suites décroissantes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Calculer une liste de termes ou un terme de rang donné d'une suite à l'aide d'un logiciel, d'une calculatrice ou d'un algorithme. • Réaliser et exploiter, à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, une représentation graphique des termes d'une suite. 	<p>On privilégie les situations issues de la vie économique et sociale ou de la technologie pouvant être modélisées à l'aide de suites.</p> <p>On se limite à une approche graphique.</p>
<p>Suites arithmétiques et géométriques</p> <p>Expression du terme général.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Écrire le terme général d'une suite arithmétique ou géométrique définie par son premier terme et sa raison. • Calculer avec la calculatrice ou le tableur la somme de n termes consécutifs (ou des n premiers termes) d'une suite arithmétique ou géométrique. 	<p>Une expression de la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique est donnée si nécessaire.</p>
<p>Limite d'une suite</p> <p>Limite d'une suite géométrique</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Étant donné une suite géométrique (u_n), utiliser un tableur ou un algorithme pour déterminer, lorsque cela est possible : <ul style="list-style-type: none"> – un seuil à partir duquel $u_n \geq a$, a étant un réel donné ; – un seuil à partir duquel $u_n \leq 10^{-p}$, p étant un entier naturel donné. 	<p>On approche expérimentalement la notion de limite en utilisant les outils logiciels et en programmant des algorithmes.</p> <p>Selon les besoins, on peut résoudre un problème de comparaison d'évolutions et de seuils pour des situations ne relevant pas d'une modélisation par une suite géométrique.</p>

CALCUL MATRICIEL

Ce module consiste en une initiation au langage matriciel, s'appuyant sur l'observation de phénomènes issus de la vie courante ou d'exemples concrets. On cherche principalement à introduire un mode de représentation facilitant l'étude de tels phénomènes.

On introduit le calcul matriciel sur des matrices d'ordre 2. Les calculs sur des matrices d'ordre 3 ou plus sont effectués à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Matrices</p> <p>Égalité de deux matrices. Matrice nulle, matrice identité.</p> <p>Calcul matriciel élémentaire : – addition ; – multiplication par un nombre réel ; – multiplication.</p> <p>Inverse d'une matrice</p> <p>Définition, existence éventuelle, unicité en cas d'existence.</p> <p>Commutativité d'une matrice inversible et de son inverse.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Effectuer des calculs matriciels à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, y compris le calcul d'une puissance d'une matrice. • Représenter puis traiter une situation simple à l'aide d'une écriture matricielle. • Montrer qu'une matrice est l'inverse d'une autre. • Déterminer à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel l'inverse d'une matrice inversible. • Résoudre un système linéaire de n équations à n inconnues à l'aide d'une inversion de matrice. 	<p>Une matrice est introduite comme un tableau de nombres réels permettant de représenter une situation comportant plusieurs « entrées » et « sorties ».</p> <p>Le choix de la définition de chaque opération portant sur les matrices s'appuie sur l'observation de la signification du tableau de nombres ainsi obtenu. On signale le caractère associatif mais non commutatif de la multiplication.</p> <p>On peut notamment étudier des exemples de processus discrets, déterministes ou stochastiques, à l'aide de suites de matrices.</p> <p>La notion de déterminant n'est pas au programme. Aucune condition d'inversibilité d'une matrice n'est à connaître.</p> <p>On ne considère que le cas où le système est de Cramer, sans qu'aucune justification ne soit requise.</p> <p>↔ Gestion d'un réseau, matrice d'inertie et changement de base en mécanique, processus aléatoires.</p>

ARITHMÉTIQUE

Le programme concerne les notions les plus utiles à l'informatique. La numération est indispensable aux langages de bas niveau. L'arithmétique modulaire est utile à la cryptographie, aux corrections d'erreurs et plus généralement à de nombreux algorithmes.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Systèmes de numération</p> <p>Numération en bases 10, 2 et 16 des entiers et des réels. Conversions entre ces bases.</p> <p>Notions d'arrondi et de précision.</p> <p>Addition, soustraction, multiplication et division des entiers naturels.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Passer de l'écriture d'un nombre dans une base à une autre. • Arrondir un entier ou un réel (par défaut, par excès, au plus près...). • Se conformer à un nombre de chiffres significatifs. • Calculer à la main : <ul style="list-style-type: none"> – des additions en bases 2 et 16 ; – des multiplications et des divisions par une puissance de deux, en base 2. 	<p>Les nombres négatifs sont précédés du signe moins (–), quelle que soit la base utilisée.</p> <p>On fait le lien entre le calcul binaire et le calcul booléen : les booléens sont alors 1 et 0, interprétés comme signifiant « il y en a, ou pas ».</p> <p>On se limite à des cas simples en base 10 et en base 2. On ne fait aucune théorie sur les calculs d'incertitude.</p>
<p>Arithmétique modulaire</p> <p>Division euclidienne : quotient, reste, existence, unicité.</p> <p>Nombres premiers, décomposition en produit de facteurs premiers, entiers premiers entre eux, PGCD de deux entiers.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Décomposer un entier naturel en produit de facteurs premiers et déterminer tous ses diviseurs. • Mettre en œuvre un algorithme : <ul style="list-style-type: none"> – de recherche de nombres premiers ; – de décomposition en produit de facteurs premiers. 	<p>On évite tout excès de technicité en s'efforçant d'utiliser des présentations concrètes.</p> <p>On se limite aux entiers naturels.</p> <p>Aucune technique n'est censée être connue.</p>

<p>Congruences. Compatibilité avec l'addition et la multiplication.</p> <p>Propriété : modulo n, les multiples de a sont les multiples de $\text{PGCD}(a, n)$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Mener un calcul de congruence modulo n. • Parcourir une liste circulaire par sauts d'amplitude constante 	<p>On montre l'efficacité du langage des congruences.</p> <p>On note que le parcours n'est exhaustif que quand la longueur du saut et la taille de la liste sont des entiers premiers entre eux.</p>
---	--	--

ALGÈBRES DE BOOLE

1. CALCUL DES PROPOSITIONS ET DES PRÉDICATS

L'objectif est d'introduire quelques éléments de logique en liaison avec l'enseignement de l'informatique. Il s'agit d'une brève étude destinée à familiariser les étudiants à une pratique élémentaire du calcul portant sur des énoncés.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Calcul propositionnel</p> <p>Proposition, valeur de vérité.</p> <p>Connecteurs logiques :</p> <ul style="list-style-type: none"> - négation (non P, \bar{P}); - conjonction (P et Q, $P \wedge Q$); - disjonction (P ou Q, $P \vee Q$); - implication; - équivalence. 	<ul style="list-style-type: none"> • Traiter un exemple simple de calcul portant sur un énoncé. • Utiliser des connecteurs logiques pour exprimer une condition. 	<p>On dégage les propriétés fondamentales des opérations introduites, de manière à déboucher ensuite sur un exemple d'algèbre de Boole.</p> <p>En situation, on aborde les lois de Morgan.</p> <p>On se limite au cas où l'utilisation d'une table de vérité ou de propriétés élémentaires du calcul propositionnel permet de conclure sans excès de technicité.</p> <p>Cette capacité est également mise en œuvre en algorithmique.</p>
<p>Calcul des prédicats</p> <p>Variable, constante.</p> <p>Quantificateurs \forall, \exists.</p> <p>Négation de $\forall x, p(x)$; négation de $\exists x, p(x)$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Passer du langage courant au langage mathématique et inversement. • Exprimer, dans un cas simple, la négation d'un prédicat. 	<p>On se limite à des cas simples de prédicats portant sur une, deux ou trois variables.</p> <p>On met en valeur l'importance de l'ordre dans lequel deux quantificateurs interviennent.</p>

2. LANGAGE ENSEMBLISTE

Sans développer une théorie générale des ensembles, l'objectif est de consolider et de prolonger les acquis des étudiants sur les ensembles en liaison avec l'enseignement de l'informatique.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Langage ensembliste</p> <p>Ensemble, appartenance, inclusion, ensemble vide.</p> <p>Ensemble $P(E)$ des parties d'un ensemble E.</p> <p>Complémentaire d'une partie, intersection et réunion de deux parties.</p> <p>Ensemble des éléments x d'un ensemble E satisfaisant à une proposition $p(x)$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Traiter un exemple simple de calcul portant sur des ensembles finis. 	<p>On dégage les propriétés fondamentales des opérations ainsi introduites, de manière à déboucher ensuite sur un exemple d'algèbre de Boole.</p> <p>En situation, on aborde les lois de Morgan.</p> <p>On interprète en termes ensemblistes l'implication, la conjonction et la disjonction de deux propositions, ainsi que la négation d'une proposition.</p>

3. CALCUL BOOLÉEN

Cette brève étude est à mener en coordination étroite avec l'enseignement de l'informatique. Il convient d'introduire la notion d'algèbre de Boole à partir des deux exemples précédents. Il s'agit essentiellement d'effectuer des calculs permettant de simplifier des expressions booléennes.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Calcul booléen</p> <p>Algèbre de Boole :</p> <ul style="list-style-type: none"> – définition ; – propriétés des opérations, lois de Morgan. 	<ul style="list-style-type: none"> • Mener des calculs portant sur des variables booléennes. • Simplifier une expression booléenne en utilisant : <ul style="list-style-type: none"> – un tableau de Karnaugh ; – les règles de calcul booléen. • Passer d'une situation donnée à une expression booléenne correspondante et inversement. 	<p>On adopte les notations usuelles \bar{a}, $a + b$ et ab.</p> <p>On se limite à des cas simples, comportant au plus trois variables booléennes, pour lesquels on peut conclure sans excès de technicité.</p> <p>On signale l'intérêt des connecteurs non-ou (nor) et non-et (nand), ou exclusif oux (xor).</p>

ÉLÉMENTS DE LA THÉORIE DES ENSEMBLES

Ce module vient compléter, concernant les ensembles, celui relatif aux algèbres de Boole. Il développe les notions de produit cartésien, de relation et d'application en liaison avec les nombreuses utilisations qui en sont faites en informatique (codage, tri, compression...).

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Éléments de la théorie des ensembles</p> <p>Produit cartésien de deux ensembles :</p> <ul style="list-style-type: none"> - définition ; - cardinal de $E \times F$ dans le cas où E et F sont finis. <p>Relations binaires :</p> <ul style="list-style-type: none"> - définition ; - propriétés ; - relations d'équivalence, relations d'ordre. <p>Application f d'un ensemble E dans un ensemble F :</p> <ul style="list-style-type: none"> - définition ; - image d'une partie A de E ; - image réciproque d'une partie B de F. <p>Injection, surjection, bijection.</p> <p>Composition d'applications.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer et dénombrer les éléments du produit cartésien de deux ensembles finis. • Traiter un exemple où les contraintes se traduisent en termes de relation d'ordre ou d'équivalence. • Déterminer l'image ou l'image réciproque d'une partie finie par une application. • Traiter un exemple où les contraintes se traduisent en termes d'injection, de surjection ou de bijection. • Écrire une application sous forme de composée. • Traiter un exemple de composition d'applications toutes deux soit injectives, soit surjectives, soit bijectives. 	<p>Les exemples utilisés sont choisis principalement en liaison avec l'enseignement de l'informatique.</p> <p>On généralise au cas du produit cartésien de n ensembles finis.</p> <p>On évite un trop grand formalisme. On ne s'intéresse qu'aux utilisations en informatique.</p> <p>On attache plus d'importance à une caractérisation textuelle qu'à l'énoncé de prédicats.</p> <p>On souligne l'importance de la notion d'injection pour coder des informations.</p> <p>On souligne le fait que la composition d'applications n'est pas une opération commutative. On privilégie les situations issues des autres enseignements.</p>

GRAPHES ET ORDONNANCEMENT

1. GRAPHES

L'objectif est d'introduire et de mettre en œuvre, dans des situations concrètes très élémentaires et sans théorie générale, des algorithmes permettant de résoudre les problèmes figurant dans la colonne « Capacités attendues ».

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Graphes</p> <p>Modes de représentation d'un graphe fini simple orienté : représentation géométrique, tableau des successeurs ou des prédécesseurs, matrice d'adjacence booléenne.</p> <p>Chemin d'un graphe : définition, longueur, circuit, boucle, chemin hamiltonien.</p> <p>Puissances entières et booléennes de la matrice d'adjacence.</p> <p>Fermeture transitive d'un graphe.</p> <p>Pour un graphe sans circuit : niveau d'un sommet, niveaux du graphe.</p> <p>Arborescence.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Passer d'un mode de représentation à un autre, pour un graphe donné. • Obtenir et interpréter, pour une matrice d'adjacence M donnée, les coefficients : <ul style="list-style-type: none"> – d'une puissance entière de M ; – d'une puissance booléenne de M. • Mettre en œuvre un algorithme permettant d'obtenir les chemins de longueur p d'un graphe. • Mettre en œuvre un algorithme permettant d'obtenir la fermeture transitive d'un graphe. • Mettre en œuvre un algorithme permettant d'obtenir les niveaux dans un graphe sans circuit. • Représenter géométriquement un graphe en l'ordonnant par niveaux. 	<p>La définition d'un graphe fini simple orienté est limitée à la donnée d'un ensemble de sommets et d'un ensemble d'arcs.</p> <p>On considère uniquement le cas d'un graphe non valué (non pondéré). À partir d'exemples très élémentaires et sans introduire une théorie générale, on montre l'intérêt des méthodes matricielles mettant en œuvre l'addition et la multiplication booléennes des matrices d'adjacence.</p> <p>Il convient de savoir déterminer les niveaux, sans qu'aucune méthode ne soit imposée.</p> <p>La notion de connexité étant hors programme, on se limite à la présentation d'exemples simples d'arborescences à partir de leur représentation géométrique, sans recherche d'une caractérisation générale.</p>

Chemin optimal en longueur.	<ul style="list-style-type: none"> • Mettre en œuvre un algorithme permettant d'obtenir une optimisation d'un graphe : <ul style="list-style-type: none"> – en longueur ; – en valeur (graphe valué). 	<p>On observe l'importance du résultat : tout sous-chemin d'un chemin optimal est optimal.</p> <p>On fait une simple présentation des graphes valués, sans théorie particulière.</p>
-----------------------------	---	--

2. ORDONNANCEMENT

L'objectif est double : sensibiliser l'étudiant aux problèmes d'ordonnement et traiter manuellement un algorithme. Aucune justification théorique des algorithmes utilisés n'est au programme. On abordera MPM ou PERT. On s'attachera surtout à la compréhension des mécanismes. Et, les cas traités resteront suffisamment modestes pour que la rapidité ne soit pas un critère d'évaluation fondamental.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Ordonnement</p> <p>Ordonnement : – méthode MPM ou méthode PERT, principe de représentation ; – dates au plus tôt, au plus tard ; – tâches et chemins critiques ; – marge totale, libre, certaine.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Résoudre un problème d'ordonnement en mettant en œuvre la méthode des potentiels métra (MPM) ou la méthode PERT, et interpréter les résultats obtenus à travers les notions abordées. • Reconnaître une contrainte non incluse dans la modélisation et en tenir compte lors de l'interprétation. 	<p>On présente quelques cas concrets simplifiés et on les interprète.</p> <p>Aucune autre compétence théorique n'est requise.</p> <p>On se limite à des cas très simples où l'interprétation ne soulève aucune difficulté théorique.</p>

FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE

On se place dans le cadre des fonctions à valeurs réelles, définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles de \mathbf{R} , qui servent à modéliser des phénomènes continus. Les étudiants doivent savoir traiter les situations issues des disciplines techniques et scientifiques qui se prêtent à une telle modélisation. Pour aider les étudiants à faire le lien avec ces autres disciplines, il est indispensable d'employer régulièrement des notations variées sur les fonctions et de diversifier les modes de présentation d'une fonction : fonction donnée par une courbe, par un tableau de valeurs ou définie par une formule et un ensemble de définition.

Le but de ce module est double :

- consolider les acquis sur les fonctions en tenant compte, notamment sur les limites, des programmes de mathématiques suivis antérieurement par les étudiants ;
- apporter des compléments sur les fonctions d'une variable réelle, qui peuvent être utiles pour aborder de nouveaux concepts.

Tout particulièrement dans ce module, on utilise largement les moyens informatiques (calculatrice, ordinateur), qui permettent notamment de faciliter la compréhension d'un concept en l'illustrant graphiquement et numériquement, sans être limité par d'éventuelles difficultés techniques.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Fonctions de référence</p> <p>Fonctions affines. Fonctions polynômes de degré 2. Fonctions logarithme népérien et exponentielle de base e. Fonction racine carrée. Fonctions sinus et cosinus.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Représenter une fonction de référence et exploiter cette courbe pour retrouver des propriétés de la fonction. 	<p>En fonction des besoins, on met l'accent sur les fonctions de référence les plus utiles.</p> <p>En cas de besoin lié à la spécialité, on peut être amené à étudier l'une ou l'autre des fonctions suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> – la fonction logarithme décimal ; – des cas particuliers de fonctions puissances $t \mapsto t^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbf{R}$ ou exponentielles de base a avec $a \in]0, +\infty[$.
<p>Dérivation</p> <p>Dérivée des fonctions de référence.</p> <p>Dérivée d'une somme, d'un produit et d'un quotient.</p> <p>Dérivée de fonctions de la forme : $x \mapsto u^n(x)$ avec n entier naturel non nul, $x \mapsto \ln(u(x))$ et $x \mapsto e^{u(x)}$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Calculer la dérivée d'une fonction : <ul style="list-style-type: none"> – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Étudier les variations d'une fonction simple. 	<p>On privilégie des exemples de fonctions issues de problématiques abordées dans les autres disciplines.</p> <p>Il s'agit de compléter et d'approfondir les connaissances antérieures sur la dérivation. En particulier, il est important de rappeler et de travailler l'interprétation graphique du nombre dérivé.</p>

	<ul style="list-style-type: none"> • Exploiter le tableau de variation d'une fonction f pour obtenir : <ul style="list-style-type: none"> – un éventuel extremum de f ; – le signe de f ; – le nombre de solutions d'une équation du type $f(x) = k$. • Mettre en œuvre un procédé de recherche d'une valeur approchée d'une racine. 	<p>Les solutions d'une équation du type $f(x) = k$ sont déterminées :</p> <ul style="list-style-type: none"> – explicitement dans les cas simples ; – de façon approchée sinon. <p>On étudie alors, sur des exemples, des méthodes classiques d'obtention de ces solutions : balayage, dichotomie, méthode de Newton par exemple. C'est notamment l'occasion de développer au moins un algorithme et d'utiliser des logiciels.</p>
<p>Limites de fonctions</p> <p>Asymptotes parallèles aux axes :</p> <ul style="list-style-type: none"> – limite finie d'une fonction à l'infini ; – limite infinie d'une fonction en un point. <p>Limite infinie d'une fonction à l'infini. Cas d'une asymptote oblique.</p> <p>Limites et opérations.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interpréter une représentation graphique en termes de limite. • Interpréter graphiquement une limite en termes d'asymptote. • Déterminer la limite d'une fonction simple. • Déterminer des limites pour des fonctions de la forme : <ul style="list-style-type: none"> $x \mapsto u^n(x)$, n entier naturel non nul ; $x \mapsto \ln(u(x))$; $x \mapsto e^{u(x)}$. 	<p>La diversité des programmes du lycée doit particulièrement inciter à veiller aux connaissances sur les limites acquises antérieurement ou non par les étudiants.</p> <p>Toute étude de branche infinie, notamment la mise en évidence d'asymptote, doit comporter des indications sur la méthode à suivre.</p> <p>On se limite aux fonctions déduites des fonctions de référence par addition, multiplication ou passage à l'inverse et on évite tout excès de technicité.</p>
<p>Approximation locale d'une fonction</p> <p>Développement limité en 0 d'une fonction.</p> <p>Développement limité en 0 et tangente à la courbe représentative d'une fonction.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer, à l'aide d'un logiciel, un développement limité en 0 et à un ordre donné d'une fonction. • Exploiter un développement limité pour donner l'équation réduite de la tangente et préciser sa position par rapport à la courbe représentative de la fonction. 	<p>On introduit graphiquement la notion de développement limité en 0 d'une fonction f en s'appuyant sur l'exemple de la fonction exponentielle sans soulever de difficulté théorique.</p> <p>L'utilisation et l'interprétation des développements limités trouvés doivent être privilégiées.</p>

<p>Courbes paramétrées</p> <p>Exemples de courbes paramétrées définies par des fonctions polynomiales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer un vecteur directeur de la tangente en un point où le vecteur dérivé n'est pas nul. • Tracer une courbe à partir des variations conjointes. 	<p>L'étude de ces quelques exemples a pour objectif de familiariser les étudiants avec le rôle du paramètre, la notion de courbe paramétrée et de variations conjointes.</p> <p>On se limite à quelques exemples où les fonctions polynômes sont de degré inférieur ou égal à deux.</p> <p>↔ Trajectoire d'un solide, design.</p>
---	---	---

CALCUL INTÉGRAL

Le programme se place dans le cadre de fonctions à valeurs réelles définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles de \mathbf{R} . La diversité des programmes du lycée doit particulièrement inciter à veiller aux connaissances sur les primitives et les intégrales acquises antérieurement ou non par les étudiants.

L'accent est mis sur la diversité des approches numérique, graphique et algorithmique, lesquelles contribuent à l'appropriation du concept d'intégrale.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Primitives</p> <p>Primitives de fonctions de référence, opérations algébriques.</p> <p>Complément : primitives de $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$ et $t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)$, ω et φ étant réels.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer des primitives d'une fonction : <ul style="list-style-type: none"> – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Déterminer les primitives d'une fonction de la forme $u'u^n$ (n entier relatif, différent de -1), $\frac{u'}{u}$ et $u'e^u$. 	<p>Pour les primitives de $\frac{u'}{u}$, on se limite au cas où u est strictement positive.</p>
<p>Intégration</p> <p>Calcul intégral :</p> $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ <p>où F est une primitive de f.</p> <p>Propriétés de l'intégrale : relation de Chasles, linéarité et positivité.</p> <p>Calcul d'aires.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer une intégrale : <ul style="list-style-type: none"> – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Déterminer l'aire du domaine défini par : $\{M(x, y), a \leq x \leq b \text{ et } f(x) \leq y \leq g(x)\}$ où f et g sont deux fonctions telles que pour tout réel x de $[a, b]$, $f(x) \leq g(x)$. 	<p>On étudie le cas où f (resp. g) est la fonction nulle.</p> <p>On familiarise les étudiants avec quelques exemples de mise en œuvre d'algorithmes liés à des méthodes élémentaires d'approximation d'une intégrale (point-milieu, trapèzes, Monte-Carlo).</p>

<p>Valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle : définition, interprétation géométrique.</p> <p>Formule d'intégration par parties.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Déterminer et interpréter la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle. • Calculer une intégrale par intégration par parties. 	<p>Cette notion est illustrée par des exemples issus des disciplines professionnelles.</p> <p>↔ Valeur moyenne, valeur efficace dans un transfert énergétique ; centre d'inertie, moment d'inertie.</p>
--	--	---

STATISTIQUE DESCRIPTIVE

Il s'agit de consolider et d'approfondir les connaissances acquises les années antérieures. On s'attache, d'une part à étudier des situations issues de la technologie, d'autre part à relier cet enseignement à celui de l'économie et de la gestion.

L'objectif est de faire réfléchir sur des données réelles, variées et en grand nombre, issues par exemple des disciplines professionnelles ou de fichiers mis à disposition sur des sites institutionnels, de synthétiser l'information et de proposer des résumés numériques ou graphiques pertinents. L'utilisation de logiciels, notamment d'un tableur, et des calculatrices est nécessaire.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Série statistique à une variable</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliser un logiciel ou une calculatrice pour résumer et représenter des séries statistiques à une variable. • Interpréter les résultats obtenus pour une série statistique ou pour comparer deux séries statistiques. • Choisir des résumés numériques ou graphiques adaptés à une problématique. 	<p>Il s'agit de réactiver les connaissances déjà traitées au lycée :</p> <ul style="list-style-type: none"> – méthodes de représentation ; – caractéristiques de position (médiane, moyenne) ; – caractéristiques de dispersion (étendue, écart interquartile, écart type). <p>Aucun cours spécifique n'est donc attendu.</p> <p>L'utilisation des outils logiciels permet de faire réfléchir les étudiants à la pertinence de regroupements par classes lors du traitement statistique.</p>
<p>Série statistique à deux variables</p> <p>Nuage de points ; point moyen.</p> <p>Ajustement affine par la méthode des moindres carrés.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliser un logiciel ou une calculatrice pour représenter une série statistique à deux variables et en déterminer un ajustement affine selon la méthode des moindres carrés. • Réaliser un ajustement se ramenant, par un changement de variable simple donné, à un ajustement affine. • Utiliser un ajustement pour interpoler ou extrapoler. 	<p>Pour l'ajustement affine, on distingue liaison entre deux variables statistiques et relation de cause à effet.</p> <p>Pour la méthode des moindres carrés, on observe, à l'aide d'un logiciel, le caractère minimal de la somme des carrés des écarts.</p> <p>On fait observer que l'on crée une dissymétrie entre les deux variables statistiques qui conduit, suivant l'utilisation de l'ajustement, à privilégier l'une des deux droites.</p>

<p>Coefficient de corrélation linéaire.</p>		<p>On utilise le coefficient de corrélation linéaire, obtenu à l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice, pour comparer la qualité de deux ajustements.</p> <p>↔ Contrôle qualité, mesures physiques sur un système réel, droite de Henry, étude économique ou mercatique.</p>
---	--	---

PROBABILITÉS 1

On réinvestit et on approfondit le travail sur les probabilités mené au lycée, en s'adaptant au parcours antérieur des étudiants. L'objectif est que les étudiants sachent traiter quelques problèmes simples mettant en œuvre des probabilités conditionnelles ou des variables aléatoires dont la loi figure au programme. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent un large éventail de tels problèmes, que l'on peut étudier en liaison avec d'autres enseignements.

L'apprentissage doit largement faire appel à l'outil informatique, aussi bien pour la compréhension et l'acquisition de concepts par l'expérimentation réalisée à l'aide de simulations, que pour les calculs de probabilités.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Conditionnement et indépendance Conditionnement par un événement de probabilité non nulle. Notation $P_A(B)$.</p> <p>Indépendance de deux événements.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Construire un arbre et/ou un tableau des probabilités en lien avec une situation donnée. • Exploiter l'arbre et/ou le tableau des probabilités pour déterminer des probabilités. • Calculer la probabilité d'un événement connaissant ses probabilités conditionnelles relatives à une partition de l'univers. • Utiliser ou justifier l'indépendance de deux événements. 	<p>On représente une situation à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau de probabilités.</p> <p>Un arbre de probabilités correctement construit constitue une preuve.</p> <p>La formule des probabilités totales n'est pas attendue mais sa mise en œuvre doit être maîtrisée.</p> <p>↔ Contrôle qualité, fausses alertes, tests biologiques.</p>
<p>Exemple de loi discrète Variable aléatoire associée au nombre de succès dans un schéma de Bernoulli. Loi binomiale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Simuler un schéma de Bernoulli. • Reconnaître et justifier qu'une situation relève de la loi binomiale. • Représenter graphiquement la loi binomiale à l'aide d'un logiciel. • Calculer une probabilité dans le cadre de la loi binomiale à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel. 	<p>Aucun développement théorique n'est attendu à propos de la notion de variable aléatoire.</p> <p>On utilise une calculatrice ou un logiciel pour calculer directement des probabilités et représenter graphiquement la loi binomiale. La connaissance d'une expression explicite de la loi binomiale n'est pas attendue.</p>

<p>Espérance, variance et écart type de la loi binomiale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi binomiale dans le cadre d'un grand nombre de répétitions. 	<p>Les formules donnant l'espérance et l'écart type de la loi binomiale sont admises. On conforte expérimentalement ces formules à l'aide de simulations de la loi binomiale.</p>
<p>Exemples de lois à densité</p> <p>Loi uniforme sur $[a, b]$.</p> <p>Espérance, variance et écart type de la loi uniforme.</p> <p>Loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.</p> <p>Approximation d'une loi binomiale par une loi normale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Concevoir et exploiter une simulation dans le cadre d'une loi uniforme. • Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi uniforme dans le cadre d'un grand nombre de répétitions. • Utiliser une calculatrice ou un tableur pour calculer une probabilité dans le cadre de la loi normale. • Connaître et interpréter graphiquement une valeur approchée de la probabilité des événements suivants : $\{X \in [\mu - \sigma, \mu + \sigma]\}$, $\{X \in [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]\}$ et $\{X \in [\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]\}$, lorsque X suit la loi normale d'espérance μ et d'écart type σ. • Déterminer les paramètres de la loi normale approximant une loi binomiale donnée. 	<p>Toute théorie générale des lois à densité est exclue. Pour les lois étudiées, on représente et on exploite la fonction de densité et la fonction de répartition. La définition de l'espérance et de la variance constituent un prolongement dans le cadre continu de celles d'une variable aléatoire discrète.</p> <p>Toute théorie sur les intégrales impropres est exclue. La loi normale est introduite à partir de l'observation, à l'aide d'un logiciel, du cumul des valeurs obtenues lors de la répétition à l'identique d'une expérience aléatoire dont le résultat suit une loi uniforme. L'utilisation d'une table de la loi normale centrée réduite n'est pas une nécessité.</p> <p>On s'appuie sur des exemples issus des autres disciplines. On peut simuler la loi normale à partir de la loi uniforme sur $[0, 1]$.</p> <p>↔ Maîtrise statistique des processus.</p> <p>Toute théorie est exclue. On illustre cette approximation à l'aide de l'outil informatique. Les conditions d'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ne sont pas exigibles. Il convient de mettre en évidence la raison d'être de la correction de continuité lors de l'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ; toutes les indications sont fournies.</p>

<p>Espérance et variance des lois de $aX + b$, $X + Y$, $X - Y$ dans le cas où X et Y sont des variables aléatoires indépendantes.</p> <p>Théorème de la limite centrée.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Savoir déterminer les paramètres des lois de $aX + b$, $X + Y$ et $X - Y$ dans le cas où X et Y sont des variables aléatoires indépendantes. • Savoir déterminer les paramètres de la loi normale correspondant à une moyenne dans le cadre du théorème de la limite centrée. 	<p>Toute théorie concernant la notion de variables aléatoires indépendantes est exclue. Les résultats sont conjecturés à l'aide de simulations, puis admis.</p> <p>Le théorème, admis, s'énonce en termes d'approximation par une loi normale de la somme de n variables indépendantes de même loi. L'outil informatique permet une approche expérimentale.</p>
---	---	--

PROBABILITÉS 2

On approfondit dans ce module la connaissance des lois de probabilités en étudiant la loi exponentielle et la loi de Poisson, dans le contexte de processus aléatoires à temps continu. Une initiation aux processus aléatoires discrets permet d'élargir le champ d'étude des phénomènes aléatoires. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent de nombreuses situations, que l'on peut étudier en liaison avec d'autres enseignements.

L'apprentissage doit largement faire appel à l'outil informatique, notamment pour la simulation et la mise en œuvre d'algorithmes.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Loi exponentielle</p> <p>Espérance, variance et écart type de la loi exponentielle.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Exploiter une simulation dans le cadre de la loi exponentielle. • Représenter graphiquement la loi exponentielle. • Calculer une probabilité dans le cadre de la loi exponentielle. • Interpréter l'espérance et l'écart type d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle. 	<p>On peut simuler la loi exponentielle à partir de la loi uniforme sur $[0, 1]$.</p> <p>⇔ Fiabilité, désintégration nucléaire.</p>
<p>Loi de Poisson</p> <p>Espérance, variance et écart type de la loi de Poisson.</p> <p>Approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Représenter graphiquement la loi de Poisson. • Calculer une probabilité dans le cadre de la loi de Poisson à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel. • Interpréter l'espérance et l'écart type dans le cadre d'un grand nombre de répétitions. • Déterminer le paramètre de la loi de Poisson approximant une loi binomiale donnée. 	<p>La loi de Poisson est introduite comme correspondant au nombre de réalisations observées, durant un intervalle de temps de longueur donnée, lorsque le temps d'attente entre deux réalisations est fourni par une loi exponentielle. La connaissance d'une expression explicite de la loi de Poisson n'est pas attendue.</p> <p>Les conditions d'approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson ne sont pas exigibles. On illustre cette approximation à l'aide de l'outil informatique.</p> <p>⇔ Fiabilité, gestion de stocks ou de réseaux.</p>

<p>Exemples de processus aléatoires</p> <p>Graphe probabiliste à N sommets.</p> <p>Exemples de chaînes de Markov.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Représenter un processus aléatoire simple par un graphe probabiliste. • Exploiter un graphe probabiliste pour calculer la probabilité d'un parcours donné. • Simuler un processus aléatoire simple. • Exploiter une simulation d'un processus aléatoire pour estimer une probabilité, une durée moyenne ou conjecturer un comportement asymptotique. 	<p>On étudie des marches aléatoires sur un graphe à quelques sommets.</p> <p>⇔ Pertinence d'une page web, gestion d'un réseau, fiabilité, étude génétique de populations, diffusion d'une épidémie.</p>
---	---	---